◎通過領域の解法について◎

解法1：解の配置
：2：ファクシミリ論法
：3：包絡線

Q　$y=2tx-t^2$　$0\leqq t$ の時
この直線が通過する領域は？

解法1　解の配置

$y=2tx-t^2 \Leftrightarrow t^2-2xt+y=0$

$f(t)=t^2-2xt+y$ とおく　tの2次式

大方針：$t\geqq 0$ に、$f(t)=0$ が少なくとも1つ実数解を持つ条件を求める。

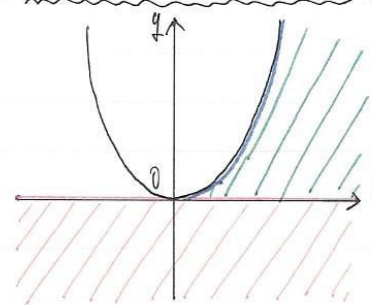
$D/4=x^2-y$
軸：$x=t$

(i) $t=0$ に解を持つとき、
$f(0)=0 \Leftrightarrow y=0$ ◎

(ii) $t>0$ に重解を持つとき、
「$D=0$ かつ 軸：$x>0$」
$\Leftrightarrow$「$x^2-y=0$ かつ $x>0$」
$\Leftrightarrow$ $y=x^2$ の $x>0$ の部分 ◎

(iii) $t<0$ と $t>0$ に1解ずつ持つとき、
$f(0)<0 \Leftrightarrow y<0$ ◎

(iv) $t>0$ に異なる2解を持つとき、
数Ⅰ「$D>0$ かつ 軸：$x>0$ かつ y切片：$y>0$」
or
数Ⅱ「$D>0$ かつ $\alpha+\beta>0$ かつ $\alpha\beta>0$」
$\Leftrightarrow$ $x^2-y>0$ かつ $x>0$ かつ $y>0$
$\Leftrightarrow$ 第1象限で $y<x^2$ の部分 ◎



境界含む

解法2　ファクシミリ論法

大方針：xを固定し、yをtの関数とみて、$t\geqq 0$ のyの最大値、最小値を求める。

$y=-t^2+2xt$　　xを定数、tを変数とみなす。
$=-(t^2-2xt)$
$=-(t-x)^2+x^2$　頂点(x, x^2)の放物線。

(i) $x<0$ の時

・$t=0$で最大値は、
$y=-0^2+2\times x\times 0$
$=0$

・最小値はなし。

よって $y\leqq 0$ の領域を通る。