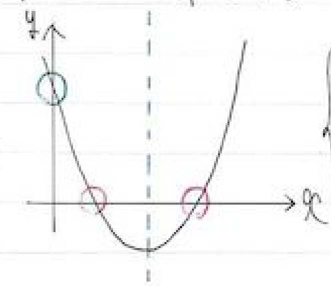
解の配置①

基本の解法（2次関数，下に凸 $a>0$）

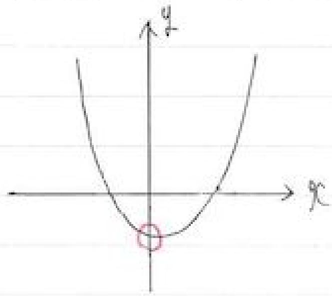
数I

A. 正に2解を持つ



- は：判別式　$D>0$
- じ：軸　軸 >0
- き：境界のy座標　$f(0)>0$

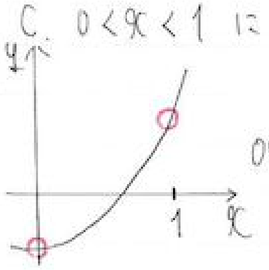
B. 正と負の解を持つ。



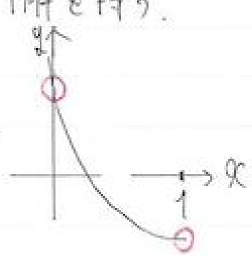
$f(0)<0$

（$f(x)=ax^2+bx+c$ とすると。
下に凸 なので $a>0$，$f(0)<0$ なので $c<0$
この時，$D=b^2-4ac>0$ なので，
判別式の条件は不要。$f(0)<0 \rightarrow D>0$ が真）

C. $0<x<1$ に1解を持つ。



or



「$f(0)<0$ かつ $f(1)>0$　または　$f(0)>0$ かつ $f(1)<0$」

⇕

$f(0)\times f(1)<0$

数IIIでは，中間値の定理として登場
※連続性のチェックが必要

$f(0)$ と $f(1)$ が異符号だということ。右の③を参照

基本の解法（解と係数の関係）

数II

補

α, β が実数ならば，

① $\alpha>0$ かつ $\beta>0$ $\iff$ $\alpha+\beta>0$ かつ $\alpha\beta>0$

② $\alpha<0$ かつ $\beta<0$ $\iff$ $\alpha+\beta<0$ かつ $\alpha\beta>0$

③ $\alpha>0$ かつ $\beta<0$ または $\alpha<0$ かつ $\beta>0$ $\iff$ $\alpha\beta<0$

この定理を利用する。

A. 正に2解を持つ。

$$\begin{cases} D>0 \\ \alpha>0 \\ \beta>0 \end{cases} \iff \begin{cases} D>0 \\ \alpha+\beta>0 \\ \alpha\beta>0 \end{cases}$$

（$a>0$ の場合，
$f(x)=ax^2+bx+c=0$ において，
$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$　$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$ であり，
軸 $=-\dfrac{b}{2a}$　$f(0)=c$ であるので，
$\alpha+\beta$ と軸の符号，$\alpha\beta$ と $f(0)$ の符号が一致する）

B. 正と負の解を持つ。

$\alpha\beta<0$

（$\alpha\beta<0 \iff \dfrac{c}{a}<0 \iff ac<0$ であり
$D=b^2-4ac>0$ なので，判別式の条件は不要）

C. は ない。