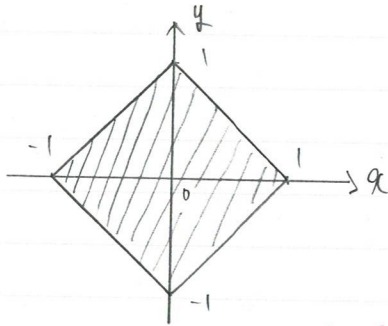


2019年

東大数学

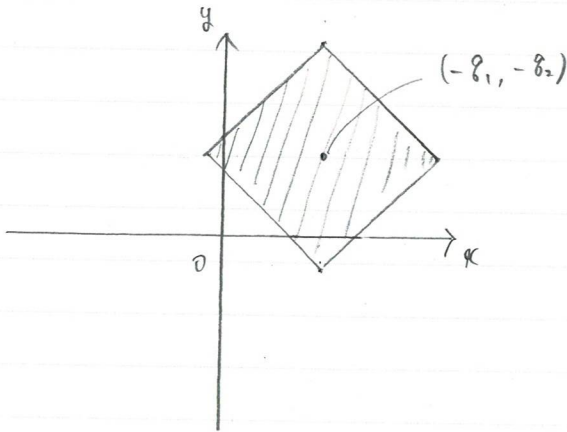
文系第4問

(1) $f(x, y) = |x| + |y| - 1$ とおく。
 $\begin{cases} f(-x, y) = f(x, y) & \text{y軸対称} \\ f(x, -y) = f(x, y) & \text{x軸対称} \end{cases}$ となる。
 $f(x, y) = 0 \Leftrightarrow |x| + |y| = 1$ は
 x軸とy軸に関して対称である。
 $x \geq 0, y \geq 0$ のとき $x + y \leq 1$ を表す。
 領域Dは、下図の境界を含む内部である。



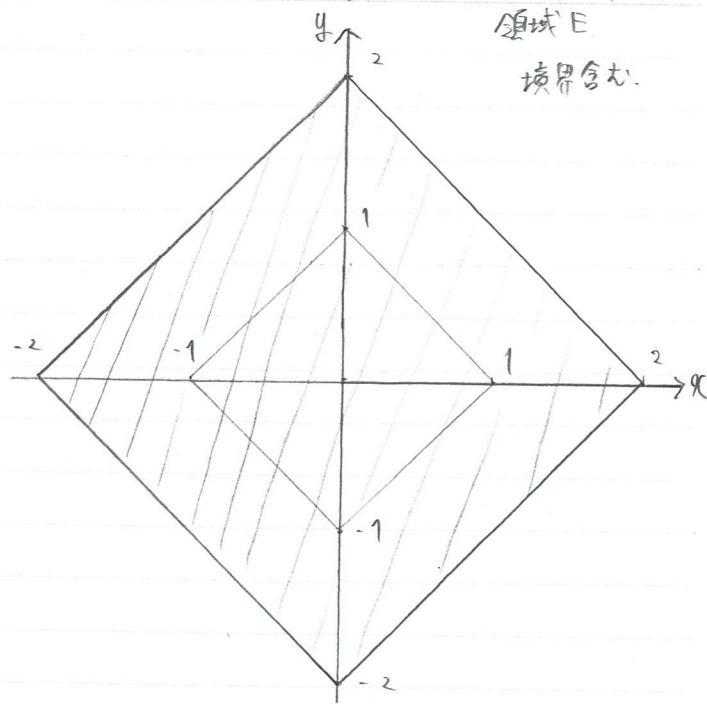
2点が動く場合、

次に点Q (δ_1, δ_2) を固定し、1点を固定し、他を動かす。
 $\vec{OR} = \vec{OP} - \vec{OQ}$ の通過領域を考えると、



上の図のように、 \vec{OP} の通過領域である領域Dを
 $(-\delta_1, -\delta_2)$ が移動した領域である。

ここで、 $(-\delta_1, -\delta_2) \in$ 領域Dの内部に
 動かす、領域Eは次図のよう。



(2) 点A (a, b) とおく。

領域Fは、領域DE $\vec{OA} = (a, b)$ が移動したところである。

S, T が領域Fを動くとき

(1) の \vec{OP}, \vec{OQ} を使い、

$$\begin{cases} \vec{OS} = \vec{OA} + \vec{OP} \\ \vec{OT} = \vec{OA} + \vec{OQ} \end{cases} \text{ とおける。}$$

$$\begin{aligned} \vec{OU} &= \vec{OS} - \vec{OT} \\ &= (\vec{OA} + \vec{OP}) - (\vec{OA} + \vec{OQ}) \\ &= \vec{OP} - \vec{OQ} \end{aligned} \text{ であるから } \vec{OU} = \vec{OR} \text{ である。}$$

点U が動く領域Fは、領域Eと一致する。