２０１４年　第　３　問

座標平面の原点をOで表す。

線分 $y=\sqrt{3}x\ (0 \leqq x \leqq 2)$ 上の点Pと，線分 $y=-\sqrt{3}x\ (-3 \leqq x \leqq 0)$ 上の点Qが，線分OPと線分OQの長さの和が6となるように動く。このとき，線分PQの通過する領域を D とする。

(1)　s を $-3 \leqq s \leqq 2$ をみたす実数とするとき，点 (s, t) が D に入るような t の範囲を求めよ。

(2)　D を図示せよ。

２０１５年　第　２　問

座標平面上の2点 A$(-1,\ 1)$，B$(1,\ -1)$ を考える。また，Pを座標平面上の点とし，その x 座標の絶対値は1以下であるとする。次の条件 (i) または (ii) をみたす点Pの範囲を図示し，その面積を求めよ。

(i) 頂点の x 座標の絶対値が1以上の2次関数のグラフで，点A，P，Bをすべて通るものがある。

(ii) 点A，P，Bは同一直線上にある。

２０１７年　第　２　問

1辺の長さが1の正六角形ABCDEFが与えられている。点Pが辺AB上を，点Qが辺CD上をそれぞれ独立に動くとき，線分PQを $2:1$ に内分する点Rが通りうる範囲の面積を求めよ。

２０１８年　第　1　問

座標平面上に放物線 C を

$$y=x^2-3x+4$$

で定め，領域 D を

$$y \geqq x^2-3x+4$$

で定める。原点をとおる 2 直線 l, m は C に接するものとする。

(1) 放物線 C 上を動く点 A と直線 l, m の距離をそれぞれ L, M とする。$\sqrt{L}+\sqrt{M}$ が最小値をとるときの点 A の座標を求めよ。

(2) 次の条件をみたす点 P$(p,\ q)$ の動きうる範囲を求め，座標平面上に図示せよ。

条件：領域 D のすべての点 $(x,\ y)$ に対し不等式 $px+qy \leqq 0$ がなりたつ。

２０１８年　第　4　問

放物線 $y=x^2$ のうち $-1 \leqq x \leqq 1$ をみたす部分を C とする。座標平面上の原点 O と点 A$(1,\ 0)$ を考える。

(1) 点 P が C 上を動くとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=2\,\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

をみたす点 Q の軌跡を求めよ。

(2) 点 P が C 上を動き，点 R が線分 OA 上を動くとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=2\,\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OR}}$$

をみたす点 S が動く領域を座標平面上に図示し，その面積を求めよ。

２０１９年　　第　４　問

O を原点とする座標平面を考える。不等式

$$|x| + |y| \leqq 1$$

が表す領域を D とする。また，点 P, Q が領域 D を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} - \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ をみたす点 R が動く範囲を E とする。

(1) D, E をそれぞれ図示せよ。

(2) a, b を実数とし，不等式

$$|x-a| + |y-b| \leqq 1$$

が表す領域を F とする。また，点 S, T が領域 F を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OU}} = \overrightarrow{\mathrm{OS}} - \overrightarrow{\mathrm{OT}}$ をみたす点 U が動く範囲を G とする。G は E と一致することを示せ。

２０２０年　　第　３　問

O を原点とする座標平面において，放物線

$$y = x^2 - 2x + 4$$

のうち $x \geqq 0$ を満たす部分を C とする。

(1) 点 P が C 上を動くとき，O を端点とする半直線 OP が通過する領域を図示せよ。

(2) 実数 a に対して，直線

$$l: \quad y = ax$$

を考える。次の条件を満たす a の範囲を求めよ。

C 上の点 A と l 上の点 B で，3 点 O, A, B が正三角形の 3 頂点となるものがある。

２０２１年　第３問

a, b を実数とする。座標平面上の放物線

$$C: \quad y = x^2 + ax + b$$

は放物線 $y = -x^2$ と 2 つの共有点を持ち，一方の共有点の x 座標は $-1 < x < 0$ を満たし，他方の共有点の x 座標は $0 < x < 1$ を満たす。

(1) 点 (a, b) のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ。

(2) 放物線 C の通りうる範囲を座標平面上に図示せよ。