

2013年 東大数学

文系第4問

Bが0点の時、 n が偶数でAの勝利
 Bが1点の時、 n が奇数でAの勝利
 ⇒ 場合分け

東大が好きな
 偶奇の問題

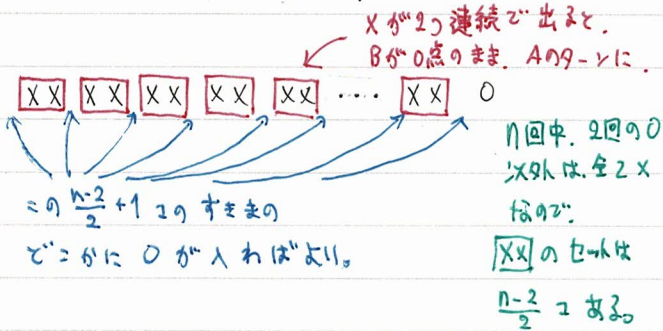
よして、Aの1点目の選ぶ方は、 $\frac{n-3}{2} + 1$ 通り
 Bの = $\frac{n-3}{2}$ 通り なのよ

$$P(n) = \left(\frac{n-3}{2} + 1\right) \left(\frac{n-3}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$= \frac{(n-1)(n-3)}{2^{n+2}}$$

※表E O 裏E X で書きます

(i) Bが0点のままAが勝つ場合、 n は偶数で



以上より

$$P(n) = \begin{cases} \frac{n}{2^{n+1}} & (n \text{ が 偶数のとき}) \\ \frac{(n-1)(n-3)}{2^{n+2}} & (n \text{ が 奇数のとき}) \end{cases}$$

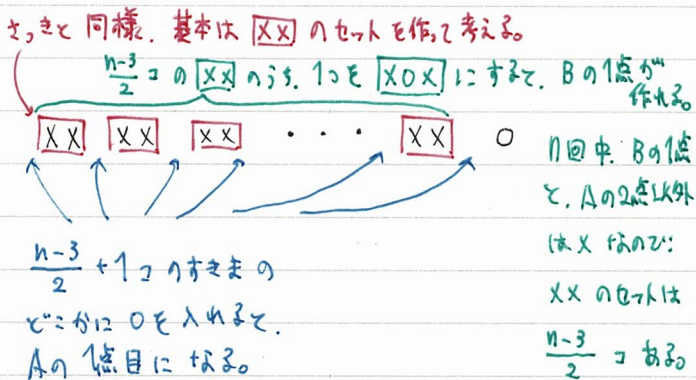
上図のように、

- 最後は0で終わる。(Aの2点目)
- $\frac{n-2}{2}$ 個の XX の 0 個の左側に 0 が あり、Aの1点に なる。

のよ、おさまりに入る0の選ぶ方は、 $\frac{n-2}{2} + 1 C_1$ 通り

よして、求める確率は $P(n) = \frac{n-2}{2} + 1 C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{n}{2^{n+1}}$

(ii) Bが1点取り、Aが勝つ場合、 n は奇数で



上図のように

- 最後は0で終わる。(Aの2点目)
- XX の 0 個の左側に 0 を 入れる (Aの1点目)
- XX の 0 個の1つを XOX に 変える。(Bの1点)
- XX のセットは $\frac{n-3}{2}$ 個